

УДК 621. 855

**ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ КОЛИВАНЬ ТРУБЧАСТИХ СКРЕБКОВИХ КОНВЕЄРІВ ДВОВИМІРНИХ ЕЛЕМЕНТІВ****Герук<sup>1</sup> С.М., Довбиш<sup>2</sup> А.П., Ляшук<sup>3</sup> О.Л, Гудь<sup>3</sup> В.З.**<sup>1</sup>Житомирський агротехнічний коледж<sup>2</sup>ННЦ «Інститут механізації та електрифікації сільського господарства»<sup>3</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

*Досліджено залежність частоти власних коливань робочого органу від швидкості пересування сипкого середовища, його амплітуди, фізико-механічних властивостей матеріалу у трубчастих скребкових конвеєрів і умов існування резонансних коливань за дії періодичного збурення на систему. Виведено залежність резонансних коливань, а значить і максимальних динамічних зусиль у робочого органу від кінематичних, геометричних та фізико-механічних параметрів і стійкість процесу.*

**Вступ.** Для гнучких привідних елементів конвеєрів потрібно ще на стадії проектування визначати спектр власних частот, вибирати параметри та режими експлуатації таким чином, щоб уникнути резонансні явища у них, а значить, забезпечити довготривалу їх експлуатацію. Дослідити це можна тільки на основі побудови та аналізу розв'язків математичних моделей, які адекватні динамічному процесу.

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** Для випадку коливальних систем (привідних транспортерів у тому числі) це, в першу чергу, комбінаційні резонанси, залежність частоти коливань від амплітуди, відсутність принципу суперпозиції, втрата стійкості займалося багато науковців Андронов І. В. [1] Бабаков І. М [2], Боголюбов Н. Н. [3], Блакьер О. [4], Гробов В. А [5], Доценко П. Д. [6], Кузьо І. В., Сокіл Б.І. [7] тощо.

Побудова аналітичних розв'язків нелінійних математичних моделей коливань гнучких елементів привідних елементів конвеєрів, які враховують постійну складову швидкості їх руху та аналіз на їх основі впливу кінематичних, фізико-механічних, геометричних параметрів на динамічний процес є предметом розгляду статті. Вона базується на: а) принципі одночастотності коливань у нелінійних системах із багатьма ступенями вільності та розподіленими параметрами [3, 8]; б) хвильовій теорії рух [9,10,11], яка адаптована для поздовжньо-рухомих систем [12-13]; в) поширенні основної ідеї методу Ван-дер-Поля [14] на розглядувані класи динамічних систем.

**Мета роботи.** Дослідити амплітуду коливань частоти вимушеної сили при проходженні головного резонансу за різних швидкостей руху робочого органу.

**Основний матеріал і результати.** Дослідження динамічних процесів машин та механізмів на базі лінійних розрахункових моделей не дають змоги пояснити багато явищ, що їх супроводжують. Для отримання диференціального рівняння, яке описує динамічний процес нижньої (верхньої) вітки конвеєра, покажемо сили, які діють на умовно виділений її елемент довжиною  $\Delta$  ( $dx_1$  або  $dx_3$ ) (рис. 1.).

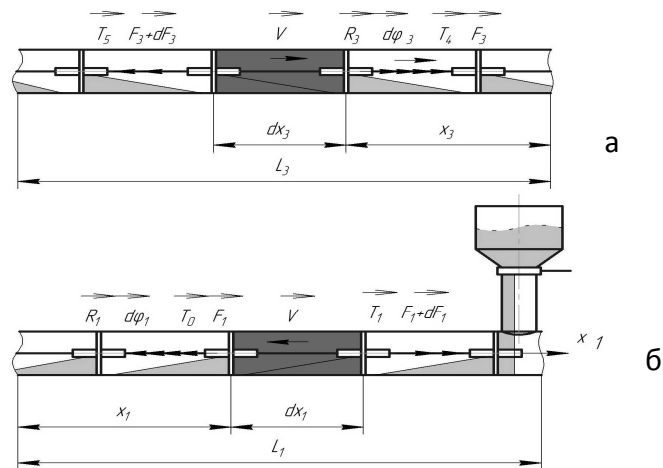


Рисунок 1 – Розрахункова схема сил, які діють на умовно виділений елемент горизонтальної частини вітки трубчастого скребкового конвеєра:  
- а)- нижньої; б) - верхньої

На представленому вище рис. 1. введені такі позначення:  $T_0$  ( $T_5$ ) – сила натягу, яка діє на ліву частину виділеного елемента;  $\bar{T}_1$  ( $T_4$ ) – сила натягу, яка діє на праву частину виділеного елемента;  $\bar{R}_1$  ( $\bar{R}_3$ ) – сила опору, природа котрої визначається механізмом взаємодії робочого органу із сипким середовищем та трубою;  $\bar{F}_1$  та  $\bar{F}_1 + d\bar{F}_1$ , ( $\bar{F}_3$  та  $\bar{F}_3 + d\bar{F}_3$ ) – сили пружності, зумовлені пружною деформацією умовного елемента;  $m_1$  ( $m_3$ ) - погонна маса вказаних елементів робочого органу разом із сипким середовищем.

Відповідно до принципу Д’Аламбера, рівняння “динамічної рівноваги” виділених елементів нижньої та верхньої віток конвеєра мають відповідно вигляд

$$d\bar{\Phi}_1 + \bar{T}_0 + \bar{T}_1 + \bar{R}_1 + d\bar{F}_1 = 0, \quad (1)$$

та

$$d\bar{\Phi}_3 + T_4 + \bar{T}_5 + \bar{R}_3 + d\bar{F}_3 = 0, \quad (2)$$

де  $d\bar{\Phi}_1$  та  $d\bar{\Phi}_3$  – сили інерції вказаних умовно виділених елементів робочого органу. Досліджувати малі коливання частин робочого органу, які характеризуються сталою складовою швидкістю поздовжнього руху зручно у змінних Ейлера [3, 8-9]. Якщо

позначити відповідно  $u_1(x_1, t)$  та  $u_3(x_3, t)$  горизонтальні переміщення геометричних точок, які співпадають із серединами виділених елементів у довільний момент часу  $t$ , то повні похідні за часом виражаються через локальні у вигляді [1, 7]

$$\frac{du_1(x_1, t)}{dt} = \frac{\partial u_1(x_1, t)}{\partial t} + V \frac{\partial u_1(x_1, t)}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\frac{du_3(x_3, t)}{dt} = \frac{\partial u_3(x_3, t)}{\partial t} + V \frac{\partial u_3(x_3, t)}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 u_1(x_1, t)}{dt^2} = V^2 \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} + 2V \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial x_1 \partial t} + \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial t^2}, \quad (5)$$

$$\frac{d^2 u_3(x_3, t)}{dt^2} = V^2 \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} + 2V \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial x_3 \partial t} + \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial t^2}. \quad (6)$$

У залежностях (3) – (6) враховано той факт, що верхні та нижні частини віток трубчастого конвеєра мають однакові сталі складові швидкості поздовжнього руху  $V$  робочого органу. Крім цього, приймаючи до уваги, що:

а) маса робочого органу із сипким середовищем змінюється вздовж довжини, тобто  $m_1 = m_1(\tilde{x}) = m_1(x_1 - Vt)$ ,  $m_3 = m_3(\tilde{x}) = m_3(x_3 - Vt)$ ;

б) сила опору залежить від швидкості -  $R_1 = R_1\left(\frac{\partial u_1(x_1, t)}{\partial t}\right)$ ,  $R_3 = R_3\left(\frac{\partial u_3(x_3, t)}{\partial t}\right)$ ;

в) пружні властивості матеріалу робочого органу задовольняють нелінійному закону пружності [3, 9] і їх з достатньою точністю можна представити у вигляді

$$\sigma = E(1 + kE\varepsilon^2)\varepsilon; \quad (7)$$

( $\sigma$  та  $\varepsilon$  відповідно напруження та відносні деформації елементів каната ( $\frac{\partial u_1(x_1, t)}{\partial x_1}$  чи

$\frac{\partial u_3(x_3, t)}{\partial x_3}$ ),  $E$  - модуль пружності, а  $k$  виражається через модуль об'ємного стиску  $K$ ,

модуль зсуву  $G$  та сталу матеріалу каната  $\gamma$ , залежністю

$$k = -\frac{2}{3} \cdot \frac{K_1}{3K_1 + G} \cdot \frac{\gamma}{G}. \quad (8)$$

Відзначимо, самі пружні характеристики робочого органу значною мірою відрізняються від пружних характеристик матеріалу із якого виготовлена, а графічні залежності модуля пружності каната від відносної деформації наведені, наприклад, у [9].

Із (1) та (2) отримано диференціальні рівняння, що описують поздовжні коливання нижньої та верхньої віток робочого органу в трубчастому скребковому конвеєрі

$$m_1(x_1 - Vt) \left( V^2 \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} + 2V \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial x_1 \partial t} + \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial t^2} \right) =$$

$$= EA \left( 1 + kE \left( \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 u_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} - R_1 \left( \frac{\partial u_1(x_1, t)}{\partial t} \right), \quad (9)$$

$$m_3(x_3 - Vt) \left( V^2 \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} + 2V \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial x_3 \partial t} + \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial t^2} \right) =$$

$$= EA \left( 1 + kE \left( \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 u_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} - R_3 \left( \frac{\partial u_3(x_3, t)}{\partial t} \right). \quad (10)$$

У наведених вище співвідношеннях  $A$ - площа поперечного перерізу каната і вона вважається сталою величиною.

Як відомо [15], динамічний процес систем із розподіленими параметрами однозначно визначається діючими силами, крайовими та початковими умовами. Щодо останніх, то у інженерних дослідженнях такого типу задач як вказана вони безпосередньо, не розглядаються, а можуть бути предметом окремого чисто математичного дослідження (мова йде про існування та єдність розв'язку). Тому, нижче, зупинимось лише на крайових умовах. Як було наголошено вище, горизонтальні переміщення геометричних точок, котрі співпадають із крайніми лівими кінцями горизонтальних віток конвеєра є малими. Останнє дозволяє крайові умови записати у вигляді

$$u_1(x_1, t)|_{x_1=0} = 0 \quad (11)$$

$$u_3(x_3, t)|_{x_3=0} = -l(1 - \cos \alpha). \quad (12)$$

$$u_1(x_1, t)|_{x_1=L_1} = l(1 - \cos \alpha), \quad (13)$$

$$u_3(x_3, t)|_{x_3=L_3} = 0. \quad (14)$$

У співвідношеннях (12) та (13) змінний параметр  $\alpha$  наближено можна визначити за допомогою тригонометричного рівняння  $l \sin \alpha = \frac{D}{2} \left( 1 - \cos \frac{V}{l} t \right)$ . У ньому  $l$  - віддаль

між сусідніми скребками,  $D$  - внутрішній діаметр труби конвеєра,  $\alpha$  - кут нахилу робочого органу до горизонту у кутових точках.

Подібним чином, як для горизонтальних частин віток трубчастого скребкового конвеєра отримуємо диференціальне рівняння, яке описує динамічний процес у вертикальній частині конвеєра. На рис. 2 представлено розподіл сил, які діють на довільний умовно виділений елемент цієї вітки довжиною  $\Delta (dx_3)$

Порівнюючи їх із зусиллями, які діють на горизонтальні вітки скребкового конвеєра, можна зробити висновок, що вертикальна віка конвеєра завантажена додатковою змінною силою  $\vec{P}_2$ . Її величини рівна вазі умовно "відсіченої" частини

робочого органу разом із сипким середовищем. Вказану силу  $\vec{P}_2$  знаходимо із співвідношення

$$P_2 = P_2(\tilde{x}_2) = g \int_0^{\tilde{x}_3} m_2(x) dx, \quad (15)$$

де  $\tilde{x}_2$  - координата Лагранжа відсіченої частини каната.

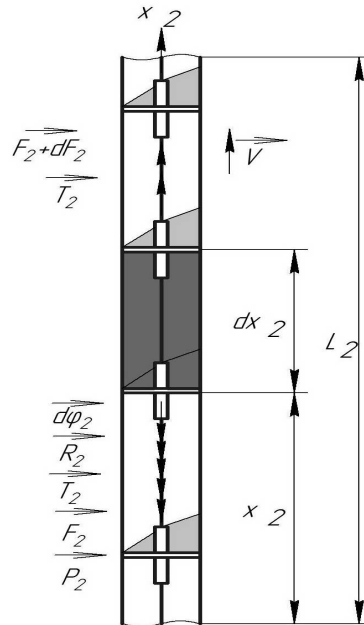


Рисунок 2 – Розрахункова схема розподілу сил, які діють на умовно виділений елемент вертикальної частини вітки скребкового конвеєра

Поступаючи подібним чином, як і для горизонтальних віток скребкового конвеєра, для вертикальної її складової, диференціальне рівняння поздовжніх її коливань набуває вигляду

$$\begin{aligned} m_2(x_2 - Vt) \left( V^2 \frac{\partial^2 u_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} + 2V \frac{\partial^2 u_2(x_1, t)}{\partial x_2 \partial t} + \frac{\partial^2 u_2(x_2, t)}{\partial t^2} \right) = \\ = EA \left( 1 + kE^2 \left( \frac{\partial^2 u_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 u_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} - R_1 \left( \frac{\partial u_2(x_2, t)}{\partial t} \right) - g \int_0^{\tilde{x}_3} m_2(x) dx. \end{aligned} \quad (16)$$

До останнього долучаємо крайові умови вигляду

$$\begin{aligned} u_2(x_2, t)|_{x_2=0} &= -l(1 - \cos \alpha), \\ u_2(x_2, t)|_{x_2=L} &= -l(1 - \cos \alpha). \end{aligned} \quad (17)$$

Їх фізичний зміст наступний: за рахунок руху лопаток транспортера вздовж з'єднувального колінна із горизонтальної частини труби транспортера у вертикальну (та навпаки – із вертикальної у горизонтальну) геометричні точки, які співпадають із фізичними точками у крайніх положеннях отримують описані вище переміщення.

Резонансні коливання можуть виникати на частотах кратних  $\frac{2V}{l}$  або  $\frac{\pi V}{2l}$  їх дробовим частинам. Із математичної сторони всі викладки, які стосуються резонансу зумовленого збуренням крайових умов (резонанс на частоті  $\frac{2V}{l}$  або кратній чи дробовій її частині) ідентичні резонансу на іншій частоті (зумовленій нерівномірним розподілом маси сипкого середовища між скребками та використанням змінних Ейлера).

Таким чином, поставлена задача звелась до інтегрування рівняння за неоднорідними крайових умов. Для цього подамо їх у більш загальному вигляді

$$\begin{aligned} u_i(x_i, t)|_{x_i=0} &= \mu g_{i0}(u(x_i, t), \frac{\partial u(x_i, t)}{\partial x_i}, \frac{\partial u(x_i, t)}{\partial t})|_{x_i=0}, \\ u_i(x_i, t)|_{x_i=L} &= \mu g_{iL}(u(x_i, t), \frac{\partial u(x_i, t)}{\partial x_i}, \frac{\partial u(x_i, t)}{\partial t})|_{x_i=L}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для цього, перш за все, задачі із неоднорідними крайовими умовами замінами змінних

$$u_i(x_i, t) = v_i(x_i, t) + \mu w_i(x_i, t) \quad (19)$$

зведемо до більш простих - задач із однорідними крайовими умовами. Дійсно, якщо функції  $w_i(x_i, t)$  та  $v_i(x_i, t)$  є розв'язками диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial^2 w_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} = 0, \quad (20)$$

та

$$\frac{\partial^2 v_i(x_i, t)}{\partial t^2} + 2V \frac{\partial^2 v_i(x_i, t)}{\partial t \partial x_i} - \left( \frac{EA}{m_0} - V^2 \right) \frac{\partial^2 v_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} = \mu F_i \left( v_i(x_i, t), \frac{\partial v_i(x_i, t)}{\partial t}, \frac{\partial^2 v_i(x_i, t)}{\partial x_i^2}, g \right), \quad (21)$$

і задовольняють відповідно крайові умови

$$\begin{aligned} w_i(x_i, t)|_{x_i=0} &= \mu g_{i0}(v(x_i, t), \frac{\partial v(x_i, t)}{\partial x_i}, \frac{\partial v(x_i, t)}{\partial t})|_{x_i=0}, \\ w_i(x_i, t)|_{x_i=L} &= \mu g_{iL}(v(x_i, t), \frac{\partial v(x_i, t)}{\partial x_i}, \frac{\partial v(x_i, t)}{\partial t})|_{x_i=L} \end{aligned} \quad (22)$$

то отримані таким способом функції  $u_i(x_i, t)$  будуть у першому наближенні задовольняти поставленій задачі із неоднорідними крайовими умовами.

Поширити основну ідею методу Ван-дер-Поля на досліджувані класи задач значною мірою полегшує принцип одночастотності коливань нелінійних систем. Із його урахуванням перше одночастотне наближення розв'язку рівняння (21) за крайових умов (22) будемо шукати у вигляді

$$v(x, t) = a(t) [\cos(Kx_i + \Omega t + \varphi(t)) - \cos(Nx_i - \Omega t - \varphi(t))], \quad (23)$$

де  $a, \varphi$  - сталі,  $K, N$  - хвильові числа прямої і відбитої хвиль,  $\Omega$  - власна частота процесу.

Таким чином у резонансному випадку, як і у нерезонансному, розв'язком задачі вважатимемо залежність (23) у котрій амплітуда та фаза коливань є функціями часу. Проте, у резонансному випадку визначальним параметром динамічного процесу є різниця фаз власних та вимушених коливань:  $\phi = \psi - \vartheta$ . Якщо формально ввести цей параметр у залежність (23), то у резонансному випадку розв'язок буде представлятись у вигляді

$$u(x, t) = a(t)(\cos(Kx + \phi + \vartheta) + \vartheta(t)) - \cos(Hx - \phi - \vartheta)). \quad (24)$$

До того ж, на відміну від розглянутого нерезонансного випадку, у резонансному величини  $\frac{da}{dt}$  та  $\frac{d\psi}{dt}$ , є функціями, що залежать не лише від амплітуди  $a$ , але і від різниці фаз  $\phi$  ( $\psi = \phi - \vartheta$ ). Таким чином, базою для визначення основних амплітудно-частотних характеристик резонансного динамічного процесу є диференціальні рівняння

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \mu\Lambda(a, \phi); \\ \frac{d\phi}{dt} &= \Omega - \frac{p}{q} \frac{2V}{l} + \mu\Xi(a, \phi), \end{aligned} \quad (25)$$

де  $\Lambda(a, \phi)$ ,  $\Xi(a, \phi)$  – невідомі функції, які необхідно знайти таким чином, щоб залежність (24), із урахуванням (25), задовольняла вихідну задачу із розглядуваним ступенем точності.

З урахуванням наведеного, шляхом диференціювання (25) по змінних  $t, x$ , отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} &= a \frac{d\phi}{dt} [-\sin(Kx + \phi + \vartheta) - \sin(Hx - \phi - \vartheta)] + \frac{da}{dt} [\cos(Kx + \phi + \vartheta) - \\ &- \cos(Hx - \phi - \vartheta)] - a \frac{p}{q} \frac{2V}{l} [-\sin(Kx + \phi + \vartheta) + \sin(Hx - \phi - \vartheta)]; \\ \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{d^2 a}{dt^2} [\cos(Kx + \phi + \vartheta) - \cos(Hx - \phi - \vartheta)] - 2 \frac{da}{dt} \left( \frac{p}{q} \frac{2V}{l} + \frac{d\phi}{dt} \right) \times \\ &\times [\sin(Kx + \phi + \vartheta) + \sin(Hx - \phi - \vartheta)] - a \frac{d^2 \phi}{dt^2} [\sin(Kx + \phi + \vartheta) + \\ &+ \sin(Hx - \phi - \vartheta)] - a \left( \frac{p}{q} \frac{2V}{l} + \frac{d\phi}{dt} \right)^2 [\cos(Kx + \phi + \vartheta) - \cos(Hx - \phi - \vartheta)]; \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} &= \frac{da}{dt} [-K \sin(Kx + \phi + \vartheta) + H \sin(Hx - \phi - \vartheta)] - \\ &- a \left( \frac{p}{q} \frac{2V}{l} + \frac{d\phi}{dt} \right) [K \cos(Kx + \phi + \vartheta) + H \cos(Hx - \phi - \vartheta)]; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a [-K^2 \cos(Kx + \phi + \vartheta) + H^2 \cos(Hx - \phi - \vartheta)].$$

Подібним чином як і для нерезонансного випадку, із (21), враховуючи (26), для першого наближення маємо систему лінійних неоднорідних

алгебраїчних рівнянь відносно невідомих функцій  $\frac{da}{dt}$  та  $\frac{d\phi}{dt}$

$$\begin{aligned} & \frac{da}{dt} \{-2\Omega \sin(Kx + \phi + \vartheta) - 2\Omega \sin(Kx + \phi + \vartheta) - 2VK \sin(Kx + \phi + \vartheta) + 2VH \sin(Hx - \phi - \vartheta)\} + \\ & + a \left( \frac{d\phi}{dt} + \frac{p}{q} \frac{2V}{l} - \Omega \right) \left\{ -2\Omega \cos(Kx + \phi + \vartheta) + 2 \frac{p}{q} \frac{2V}{l} \cos(Kx + \phi + \vartheta) - \right. \\ & \left. - 2VK \cos(Kx + \phi + \vartheta) - 2VH \cos(Kx + \phi + \vartheta) \right\} = \varepsilon \bar{f}(a, x, \phi + \theta, \bar{\vartheta}). \end{aligned} \quad (27)$$

Співвідношення за повільнозмінними величинами, визначаємо зв'язок між амплітудою та різницею фаз у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{\mu}{4\pi L [(\Omega + VK)^2 + (\Omega - VH)^2]} \times \left( \int_0^L \Psi(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \phi + \theta, \bar{\vartheta}) \cos(\phi + \theta) d\theta d\bar{\vartheta} + \right. \\ & \left. + \Theta(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \phi + \theta, \bar{\vartheta}) (\sin(\phi + \theta)) d\theta d\bar{\vartheta} \right) dx; \\ \frac{d\phi}{dt} &= \Omega - \frac{p}{q} \frac{2V}{l} - \frac{\mu}{4\pi L d [(\Omega + VK)^2 + (\Omega - VH)^2]} \times \left( \int_0^L \Psi(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \phi + \theta, \bar{\vartheta}) \sin(\phi + \theta) d\theta d\bar{\vartheta} - \right. \\ & \left. - \Theta(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \phi + \theta, \bar{\vartheta}) \cos(\phi + \theta) d\theta d\bar{\vartheta} \right) dx. \end{aligned} \quad (28)$$

У наведених вище залежностях функції  $\Psi(x)$  та  $\Theta(x)$  мають вигляд аналогічний, як і для нерезонансного випадку. Це дозволяє у першому наближенні резонансні коливання каната транспортера, яка переміщає сипке середовище, описати залежністю (24), в котрій параметри  $a(t)$  та  $\phi(t)$  визначаються залежностями (28).

Подібним чином, як було наголошено вище, визначаються співвідношення, які описують резонансні коливання у випадку, коли власна частота коливань  $\Omega$  близька до  $\frac{\pi V}{2l}$

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{\mu}{4\pi L [(\Omega + VK)^2 + (\Omega - VH)^2]} \times \left( \int_0^L \Psi(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \theta, \phi + \bar{\vartheta}) \cos(\phi + \theta) d\theta d\bar{\vartheta} + \right. \\ & \left. + \Theta(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \vartheta, \bar{\phi} + \bar{\vartheta}) \sin(\phi + \theta) d\theta d\bar{\vartheta} \right) dx; \\ \frac{d\bar{\phi}}{dt} &= \Omega - \frac{p}{q} \frac{\pi V}{2l} - \frac{\mu}{4\pi L d [(\Omega + VK)^2 + (\Omega - VH)^2]} \times \left( \int_0^L \left( \Psi(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \vartheta, \bar{\phi} + \bar{\vartheta}) \sin(\bar{\phi} + \bar{\vartheta}) d\vartheta d\bar{\vartheta} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \Theta(x) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \vartheta, \bar{\phi} + \bar{\vartheta}) \cos(\bar{\phi} + \bar{\vartheta}) d\vartheta d\bar{\vartheta} \right) dx. \end{aligned} \quad (29)$$

Таким чином, у другому резонансному випадку коливання каната описуються залежністю  $u(x, t) = a(t) (\cos(Kx + \bar{\phi} + \bar{\vartheta}) + \vartheta(t) - \cos(Hx - \bar{\phi} - \bar{\vartheta}))$  в якій



параметри  $a$  та  $\bar{\phi}$  визначаються залежністю (29) ( $\psi = \bar{\phi} + \bar{\vartheta}$ ). Наведені вище загальні результати дозволяють для описати амплітудно-частотну характеристику поздовжніх коливань віток у вигляді:

$$\frac{da}{dt} = \frac{\mu}{2[(\Omega + VK)^2 + (\Omega - VH)^2]} \{-k_1\Omega(2\Omega + V(H - X))a + \alpha_1 \cos \phi + \alpha_2 \sin \phi\} \quad (30)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \Omega - \frac{p}{q} \frac{2V}{l} + \frac{\mu}{[(\Omega + VK)^2 + (\Omega - VH)^2]} a \{\alpha_3 a^3 + \alpha_4 \cos \phi + \alpha_5 \sin \phi\},$$

де

$$\alpha_1 = \pi \left[ -\left(\frac{DV}{2l^2}\right)^2 \int_0^L x \Psi(x) dx + \left(\frac{D}{2l}\right)^2 \frac{V}{l} \int_0^L \Theta(x) dx \right], \alpha_2 = \pi \left[ \left(\frac{DV}{2l^2}\right)^2 \frac{V}{l} \int_0^L x \Theta(x) dx + \left(\frac{D}{2l}\right)^2 \frac{V}{l} \int_0^L \Psi(x) dx \right],$$

$$\alpha_3 = \frac{EA \{ \Omega(K^4 + 4K^2H^2 + H^4) + V(K^5 + 2K^3H^2 - 2K^2H^3 - H^5) \}}{4m_0 a k \pi},$$

$$\alpha_5 = \pi \left[ \left(\frac{DV}{2l^2}\right)^2 \int_0^L x \Theta(x) dx - \left(\frac{D}{2l}\right)^2 \frac{V}{l} \int_0^L \Psi(x) dx \right], \alpha_4 = -\pi \left[ \left(\frac{DV}{2l^2}\right)^2 \frac{V}{l} \int_0^L x \Psi(x) dx + \left(\frac{D}{2l}\right)^2 \frac{V}{l} \int_0^L \Theta(x) dx \right].$$

На базі отриманих співвідношень нижче представлені резонансні криві (рис.3) та закони зміни амплітуди при переході через головний резонанс (рис.4).

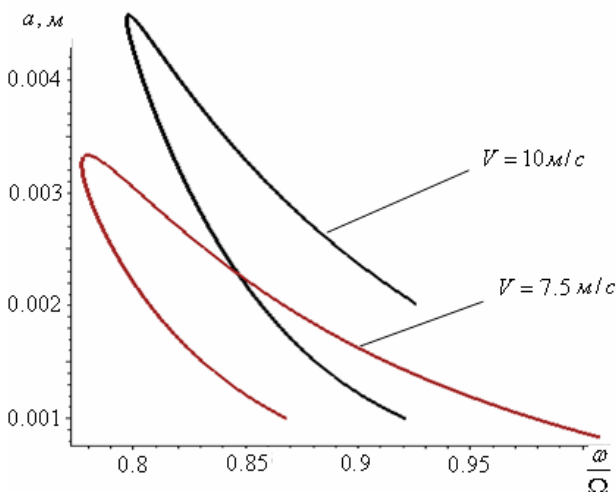


Рисунок 3. Резонансні амплітуди за різних значень швидкості руху системи

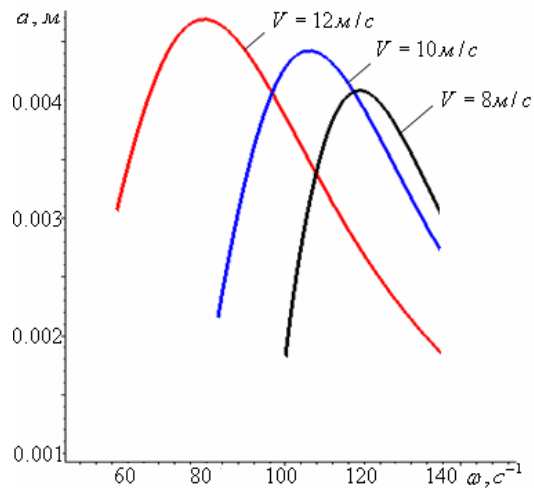


Рисунок 4. Залежність амплітуди коливань від частоти вимушуючої сили при проходженні головного резонансу за різних швидкостей руху каната

### Висновки

Резонансне значення амплітуди залежить як від геометричних розмірів каната, так і швидкості її поздовжнього руху. Величина резонансного значення амплітуди коливань каната у 3- 4 рази більша за амплітуду нерезонансних коливань, а значить – максимальні динамічні напруження у вказаному випадку перевищують динамічні напруження усталеного процесу.

**Список літератури**

1. Андронов И. В. Неквазилинейная асимптотика задач о колебаниях балок и пластин на нелинейном упругом основании / Андронов И. В., Буланова Н. С. // Доп. НАН України. – К., 1995. – № 9. – С. 28–30.
2. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1965. – 560 с.
3. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Боголюбов Николай Николаевич, Митропольский Юрий Алексеевич. – М.: Наука, 1974. – 501 с.
4. Блэкьер О. Анализ нелинейных систем / Блэкьер О. – М.: Наука, 1969. – 275 с.
5. Гробов В. А. Асимптотические методы расчета изгибных колебаний валов турбомашин / Гробов Валериан Александрович. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – 165 с.
6. Доценко П. Д. О колебаниях и устойчивости прямолинейного трубопровода / Доценко П. Д. // Прикладная механика. – 1971. – Вып. 3. – С. 85–91.
7. Кузьо І. В. Вплив поздовжнього руху на поперечні коливання нелінійних пружних систем / Кузьо І. В., Сокіл Б. І. // Вибрації в техніці і технологіях. – 2000. – № 2 (14). – С. 44–46.
8. Митропольский Ю. А. Асимптотические решения уравнений в частных производных / Ю. А. Митропольский., Б. И. Мосеенков. – К: Вища школа, 1976. – 589 с.
9. Митропольский Ю. А. О построении асимптотического решения возмущенного уравнения Клейна-Гордона / Митропольский Ю. А. // Укр. мат. журн. – 1995. – 47, № 9. – С. 1209–1216.
10. Митропольский Ю. А. О построении асимптотического решения возмущенного уравнения Брезертона / Митропольский Ю. А. // Укр. мат. журн. – 1998. – 59, №1. – С. 58–71.
11. Митропольський Ю. О. Про застосування Атеб-функцій для побудови асимптотичного розв'язку збуреного нелінійного рівняння Клейна-Гордона / Митропольський Ю. О., Сокіл Б. І. // Укр. мат. журн. – 1998. – 50, № 5. – С. 665–670.
12. Chen L.Q. Nonlinear parametric vibration of axially moving beams: asymptotic analysis and differential quadrature verification/ Li-Qun Chen, Bo Wang, Hu Ding// Journal of Physics: Conference Series 181 (2009), -P.1-8
13. Харченко Є. Багаточастотні коливання одновимірних нелінійно пружних рухомих середовищ та методика побудови асимптотичних наближень крайових задач, що їх описують / Є. Харченко, М. Сокіл // Машинознавство.

Всеукраїнський щомісячний науково-технічний і виробничий журнал. – 2007. – № 1. – С. 19–25.

14. В. Wan der Pol. A Teory of the Amplitude of Free and Forced Triode Vibrations // Radio Review. –1920. – № 1.

## Аннотация

### **Исследование резонансных колебаний трубчатых скребковых конвейеров двумерных элементов**

Герук С.М., Довбиш А.П., Ляшук О.Л, Гудь В.З.

*Исследовано зависимость частоты собственных колебаний каната от скорости передвижения сыпучей среды, ее амплитуды, физико-механических свойств материала у трубчатых скребковых конвейеров и условия существования резонансных колебаний за действия периодического возмущения на систему. Выведена зависимость резонансных колебаний, а значит и максимальных динамических усилий в канате от кинематических, геометрических и физико-механических параметров и стойкость процесса.*

## Abstract

### **Research of resonance vibrations of two-dimensional elements**

S.Geruk, A.Dovbish., O.Lyashuk, V.Gud'

*Investigate the dependence of frequency natural oscillations of rope for speed movement friable environment, its amplitude, physical and mechanical properties of the material in tubular drag conveyors and conditions for the existence of resonant oscillations and a periodic perturbation of the system. Displaying dependence of resonance oscillations, and maximum dynamic rope efforts from kinematic, geometric, mechanical parameters and the stability of the process*